Vorbemerkung

Dies ist ein korrigierter Übungszettel aus dem Modul physik511.

Dieser Übungszettel wurde von einem Tutor korrigiert. *Dies bedeutet jedoch nicht, dass es sich um eine Musterlösung handelt. Weder ich, noch der Tutor implizieren, dass dieses Dokument keine Fehler enthält.*

Alle Übungszettel zu diesem Modul können auf http://martin-ueding.de/de/university/bsc_physics/physik511/ gefunden werden.

Sofern im Dokuments nichts anderes angegeben ist: Dieses Werk von Martin Ueding ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz.

[disclaimer]

15/16

physik 511 – Übung 11

Martin Ueding
mu@martin-ueding.de

2014-01-13

Tutor: Alexander Deisting

Übung 1: Eindringtiefe von π^+

Es gibt folgenden Zerfall:

$$\Delta^+ \rightarrow n + \pi^+.$$

Dort entsteht ein π^+-Teilchen. Das Δ^+-Teilchen entsteht, wenn ein Proton mit Isospin $I = \frac{1}{2}$ auf $I = \frac{3}{2}$ angeregt wird, zum Beispiel durch Elektronenstoß.

Die freie Weglänge ist: $\lambda \approx \frac{1}{\sigma \rho}$, mit Wirkungsquerschnitt σ und Streuzentrendichte ρ.

In einem Diagram (bit.ly/1ceOzHu) kann ich bei einer Energie von 1232 MeV, der Energie für oben genannte Resonanz, einen Wirkungsquerschnitt von 200 mb ablesen.

Diese Zahlen setze ich in die Formel ein und erhalte: $\lambda = 0{,}1$ fm. Mit $\hbar c = 200$ MeV fm und $\hbar = c = 1$ ist dies $\lambda = 2$ GeV.

3/3

((Längen in GeV sind nicht so sinnvoll ;)))

Übung 2: π^0 Mittlere freie Weglänge

$T_{kin}, m_{\pi^0} \longmapsto v_{\pi^0}$ ①

$T_{\pi^0}, v_{\pi^0} \longmapsto \lambda$ ②

Schritt 1: Berechne die Geschwindigkeit des Teilchen. Da $T_{kin} \ll m$ ist, geht dies klassisch.

$$v = \sqrt{2 E_{kin}/m} = \sqrt{\frac{10}{67}}\, c$$

$$\approx 0{,}386\, c.$$

Okay, das muss man vielleicht doch relativistisch rechnen. in der Tat

$$E_{kin} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - m_0 c^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\sqrt{E_{kin}\,(E_{kin}+2m)}}{E_{kin}+m} = \frac{v}{c} = \beta$$

$\beta = 0{,}366\, c.$ ✓

Naja, das hat sich nicht so sehr gelohnt, nur 10% Fehler. Der Aufwand wird kleiner wenn da $\beta = \frac{p}{E}$

Jedenfalls ist durch die Bewegung die Lebensdauer im Laborsystem verlängert (um 7%). In dieser Zeit schafft das Teilchen

$\lambda = \beta c \gamma \tau = 9{,}9 \cdot 10^{-9}\, m = 187\, a_0$

8.82 ≈ 100 Atomlagen

(2/3)

Übung 3: Clebsch-Gordan Koeffizienten

π^+ $|\bar{d}u\rangle$ $I=1$ $I_z=1$

π^0 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle)$ $I=1$ $I_z=0$

π^- $|d\bar{u}\rangle$ $I=1$ $I_z=-1$

P $|uud\rangle$ $I=\frac{1}{2}$ $I_z=\frac{1}{2}$

n $|udd\rangle$ $I=\frac{1}{2}$ $I_z=-\frac{1}{2}$

$$|\pi^+ p\rangle = |\pi^+\rangle \otimes |p\rangle = \underbrace{|1,}_{I}\ \underbrace{1\rangle}_{I_z} \otimes \left|\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right\rangle = \left|\tfrac{3}{2}, \tfrac{3}{2}\right\rangle$$

Hier ist $J = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$. $M = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

(I^{π^+}, I^p, $I_z^{\pi^+}$, I_z^p)

Somit in der Notation der Tabelle auf dem Übungsblatt: $J=\frac{3}{2}$, $M=\frac{3}{2}$, $m_1=1$, $m_2=\frac{1}{2}$

Der Koeffizient in der $1 \times 1/2$ Tabelle ist einfach 1.

J_z, hätte man aber auch herausbekommen können.

$$|\pi^- p\rangle = \left|\tfrac{3}{2}, \tfrac{3}{2}\right\rangle$$

Ewen das π^+ sein soll: ok!

π^- und p

$|\pi^- p\rangle$ ~~und~~ $= |\pi^-\rangle \otimes |p\rangle = |1,-1\rangle \otimes |1/2, 1/2\rangle$

$J = 3/2 \quad M = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow m_1 = -1 \quad m_2 = 1/2$

In der gleichen Tabelle $1 \times 1/2$:

$\frac{1}{\sqrt{3}}$. Dies bedeutet allerdings, dass ich noch ein neu Fett Koeffizient aus der Tabelle nehmen muss.

Also muss noch der Zustand aus der gleichen Zeile mit $J = \frac{1}{2}$ dazugenommen werden.

$$|\pi^- p\rangle = \cancel{\left|\tfrac{3}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}\left|\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}\right\rangle$$ ✓

π^0 und n

$|\pi^0 n\rangle = |\pi^0\rangle \otimes |n\rangle = |1, 0\rangle \otimes \left|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle$

$J = \frac{3}{2}, \quad M = -\frac{1}{2}, \quad \Rightarrow m_1 = 0, \quad m_2 = -\frac{1}{2}$

$$|\pi^0 n\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}\left|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}\left|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle$$ ✓

3/3

Übung 4: Isospin

Berechnen von σ^+

Hier ist der Vorgang: $\pi^+ + p \to \pi^+ + p$

Im Isospinraum ist dies:

$$|1,1\rangle \otimes |\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle \to |1,1\rangle \otimes |\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle$$

In der vorherigen Aufgabe hatte ich die Darstellung im gemeinsamen Isospinraum errechnet:

$$|\pi^+, p\rangle = |\tfrac{3}{2},\tfrac{3}{2}\rangle \qquad \text{Nummer } 0$$

$$T_{if} = \langle \Psi_f | \hat{H}_{int} | \Psi_i \rangle.$$

$$\sigma \propto |T_{if}|^2.$$

$$T_{if}: \langle \tfrac{3}{2},\tfrac{3}{2} | A_{int} | \tfrac{3}{2},\tfrac{3}{2}\rangle = T_{00}$$

$$\sigma^+ \propto |T_{00}|^2 = |T_{3/2}|^2 \quad \checkmark$$

Berechnen von σ^0

Betrachten wir den Prozess $\pi^- + p \to \pi^- + p$.

$$|1,-1\rangle \otimes |\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(|\tfrac{3}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle - \sqrt{2}\,|\tfrac{1}{3},-\tfrac{1}{2}\rangle\right)$$

Jetzt wende ich A_{int} darauf an.

$$\frac{1}{3}\left(\left\langle\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right| - \sqrt{2}\left\langle\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right|\right)\hat{H}_{int}\left(\left|\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle - \sqrt{2}\left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle\right)$$

Bei Prozessen der starken Wechselwirkung bleibt der Isospin erhalten. Somit sind die gemischten Matrixelemente 0. Es bleibt also:

$$\frac{1}{3}T_{3/2} + \frac{2}{3}T_{1/2}.$$

$$\sigma^0 \propto \left(\frac{1}{3}T_{3/2} + \frac{2}{3}T_{1/2}\right)^2 \quad \checkmark$$

Berechnen von σ^-

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left|\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle - \sqrt{2}\left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle\right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\sqrt{2}\left|\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle + \left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle\right)$$

Wende wieder $\hat{H}$ an. Gemischte Terme fallen weg.

$$\frac{1}{3}\cdot\sqrt{2}\,T_{3/2} - \frac{1}{3}\cdot\sqrt{2}\,T_{1/2}$$

$$\sigma^- \propto \left(\frac{1}{3}\sqrt{2}\,T_{3/2} - \frac{1}{3}\sqrt{2}\,T_{1/2}\right)^2 \quad \checkmark$$

Verhältnis:

$$\frac{\sigma^+}{\sigma^- + \sigma^0} = \frac{|T_{3/2}|^2}{\frac{1}{9}|T_{3/2}|^2 + \frac{24}{9}|T_{3/2}|^2} = \frac{1}{\frac{1}{9}+\frac{2}{9}} = \frac{9}{3} = 3. \quad \checkmark$$

Die gezeigte erste Resonanz hat anscheinend $I = 3/2$.

(7/7)